الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: 2021

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

ليكن a و b عددين طبيعيين حيث: $a=2926$ و $b=1715$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13

2) أ . بيّن أنّ: $b+1\equiv 0[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $b\equiv -1[13]$

ب. بيّن أنّ العدد $a^{1442}+b^{2021}$ يقبل القسمة على 13

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $A_n=27^n+1$

أ . تَحقَّق أنّ: $27\equiv 1[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $A_n\equiv 2[13]$

ب. عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $A_n+n+11\equiv 0[13]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 وأساسها q

حيث: $u_0=3$ و $u_1\times u_3=144$

1) احسب u_2 ثمّ بيّن أنّ: $q=2$

2) تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=3\times 2^n$

3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

4) عيّن قيمة الحدّ الخامس للمتتالية (u_n)

5) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

أ . بيّن أنّ: $S_n=3(2^{n+1}-1)$

ب. عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n=381$ (لاحظ أنّ: $2^7=128$)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+3x^2-4$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=3x(x+2)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

جـ. استنتج أنّ الدّالة f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2;0]$

3) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

4) أ. تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=(x-1)(x+2)^2$

ب. استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5) بيّن أنّ: $y=-3x-5$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النّقطة $I(-1;-2)$

6) أ. احسب $f(-3)$ ، $f(-2)$ ، $f(0)$ و $f(1)$

ب. ارسم المماس (T) ثمّ المنحنى (C)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: $a=2021$ ، $b=1442$ و $c=1954$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين a و c على 3

2) بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 3

3) أ . بيّن أنّ العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3

ب. استنتج الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $n+a+b-c\equiv 0[3]$

4) عيّن باقي قسمة العدد $(a\times c)^{1442}+(b\times c)^{2021}$ على 3

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) معرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=3\times 4^n$ و $v_n=3n+2$

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثّلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

1) الحدّ الخامس للمتتالية (u_n) يساوي:

أ) 3072 **ب)** 768 **جـ)** 12288

2) (v_n) هي متتالية:

أ) حسابية. **ب)** هندسية. **جـ)** لا حسابية ولا هندسية.

3) (u_n) هي متتالية :

أ) متناقصة تماما. **ب)** غير رتيبة. **جـ)** متزايدة تماما.

4) المجموع: $v_0+v_1+...+v_{35}$ يساوي:

أ) 3815 **ب)** 1962 **جـ)** 1890

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3-6x^2+9x$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=3(x-3)(x-1)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g'(x)$

3) استنتج أنّ الدّالة g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1;3]$

4) شكِّل جدول تغيّرات الدّالة g

5) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x)=x(x-3)^2$

ب. استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

6) بيّن أنّ: $y=-3x+8$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النّقطة $A(2;2)$

7) أ . احسب $g(0)$ و $g(4)$

ب. ارسم المماس (T) و المنحنى (C)

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) باقي قسمة العدد a على 13 هو 1 و باقي قسمة العدد b على 13 هو 12	2x0,75	01,50
2) أ . تبيين أنّ: $b+1\equiv 0[13]$ استنتاج أنّ: $b\equiv -1[13]$	0,5 0,25	02,25
ب. لدينا: $a^{1442}\equiv 1[13]$ و $b^{2021}\equiv -1[13]$ منه : $a^{1442}+b^{2021}\equiv 0[13]$	3x0,5	
3) أ . التَحقُّق أنّ: $27\equiv 1[13]$ لدينا: $27^n\equiv 1[13]$ منه : $27^n+1\equiv 2[13]$	0,5 2x0,5	02,25
ب. لدينا: $A_n+n+11\equiv 0[13]$ معناه: $n\equiv 0[13]$ بالتالي: $n=13k\ ;\ k\in\mathbb{N}$	3x0.25	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) $u_2=12$ تبيين أنّ: $q=2$	0,75 0,75	01,50
2) لدينا: $u_n=u_0\times q^n$ ، منه : $u_n=3\times 2^n$	0,5+0,25	0,75
3) لدينا $u_{n+1}-u_n=3\times 2^n$ إذن: $u_{n+1}-u_n>0$ بالتالي (u_n) متزايدة تماما.	2x0,25	0,50
4) الحدّ الخامس هو u_4 ، منه : $u_4=48$	0,5+0,25	0,75
5) أ . لدينا: $S_n=u_0\times\dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}$ إذن: $S_n=3\times\dfrac{2^{n+1}-1}{2-1}$ بالتالي: $S_n=3(2^{n+1}-1)$	0,75 0,5 0,25	02,50
ب. تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n=381$ $S_n=381$ تعني $3(2^{n+1}-1)=381$ نجد $n=6$	4x0,25	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	2x0,5	01,00
2) أ . $f'(x)=3x(x+2)$	2x0,5	02,50
ب. إشارة $f'(x)$	2x0,5	
جـ. f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-2]$ و $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2;0]$	2x0,25	

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td>3) جدول تغيّرات الدّالة f

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

</td><td>0,5</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>4) أ. التَحقّق: $f(x)=(x-1)(x+2)^2$</td><td>0,5</td><td rowspan="2">01,00</td></tr>
<tr><td>ب. احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي:
$(-2;0)$ و $(1;0)$</td><td>2x0,25</td></tr>
<tr><td>5) لدينا: $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ و $f'(-1)=-3$ و $f(-1)=-2$ منه
المعادلة: $y=-3x-5$</td><td>4x0,25</td><td>01,00</td></tr>
<tr><td>6) أ. $f(-3)=-4$ ، $f(-2)=0$ ، $f(0)=-4$ و $f(1)=0$</td><td>4x0,25</td><td rowspan="2">02,00</td></tr>
<tr><td>ب. رسم المماس (T)
رسم المنحنى (C)</td><td>0,25
0,75</td></tr>
</table>

مجموعة	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
		التمرين الأول: (06 نقاط)
01,50	2x0,75	**1)** باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 3 هو 2 باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 3 هو 1
0,75	0,75	**2)** تبيان أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 3 : $a-b=579$
02,50	2x0,75	**3)** أ . تبيان أنّ العدد $a+b-c\equiv 2+2-1[3]$ منه : $a+b-c\equiv 0[3]$
	2x0,50	**ب.** $n+a+b-c\equiv 0[3]$ معناه : $n\equiv 0[3]$ نجد: $n=3k\ ;k\in\mathbb{N}$
01,25	4x0,25 0,25	**4)** لدينا: $a\times c\equiv -1[3]$ و $b\times c\equiv -1[3]$ منه: $(a\times c)^{1442}\equiv 1[3]$ و $(b\times c)^{2021}\equiv -1[3]$ بالتالي: $(a\times c)^{1442}+(b\times c)^{2021}\equiv 0[3]$
		التمرين الثاني: (06 نقاط)
01,50	01+0,50	**1)** الإجابة الصحيحة هي: **ب)** ، التبرير.
01,50	01+0,50	**2)** الإجابة الصحيحة هي: أ) ، التبرير.
01,50	01+0,50	**3)** الإجابة الصحيحة هي: **جـ)** ، التبرير.
01,50	01+0,50	**4)** الإجابة الصحيحة هي: **ب)** ، التبرير.
		التمرين الثالث: (08 نقاط)
01,00	0,5x2	**1)** $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
02,00	01	**2)** أ . $g'(x)=3(x-3)(x-1)$
	2x0,50	**ب.** إشارة $g'(x)$
00,50	2x0,25	**3)** g متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1;3]$
00,50	0,50	**4)** جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
5) أ . $g(x)=x(x-3)^2$	0,50	01,00
ب. احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل هي: $(0\,;0)$ و $(3\,;0)$	2x0,25	
6) $y=g'(2)(x-2)+g(2)$ و $g'(2)=-3$ و $g(2)=2$ ، $y=-3x+8$	4x0,25	01,00
7) أ . $g(0)=0$ و $g(4)=4$	0,25x2	02,00
ب. رسم المماس (T) رسم المنحنى (C)	0,50 01	